Centrum Studiów Zaawansowanych
Politechniki Warszawskiej
Pl. Politechniki 1, 00-661 Warszawa, tel./fax +48 22 234 6003 (6002), www.csz.pw.edu.pl

O geometrii różniczkowej

Prof. dr hab. Jerzy Kijowski
Centrum Fizyki Teoretycznej PAN

Jeśli przejrzeć dostępne podręczniki i monografie poświęcone współczesnej geometrii róż-niczkowej, to jawi się ona jako dyscyplina bardzo trudna i wielce abstrakcyjna. A przecież jej podstawowe pojęcia i struktury rodziły się w naturalny sposób jako najprostsze narzędzia rozwiązywania problemów fizycznych i inżynierskich, pojawiających się na drodze rozwoju naszej cywilizacji. Fascynujący problem ruchu planet po „firmamencie niebieskim" jest kopalnią, z której czerpały inspirację niezliczone pokolenia matematyków (zaliczam do nich również Kopernika) budujących gmach pojęciowy geometrii. Równolegle rozwijała się geometria sferyczna jako narzędzie żeglarzy i podróżników wytyczających śmiałe trajektorie na ziemskim globie. Kolejnym źródłem inspiracji była mechanika ośrodków ciągłych: hydrodynamika i teoria elastyczności, gdzie trzeba było skonstruować prosty język do opisu przepływów, strumieni, pól sił, a wreszcie elektrodynamika Maxwella, która – jak się okazało 40 lat później – już w swojej bazie miała „wbudowaną" teorię względności (tzw. „szczególną") a konkretnie grupę Lorentza, jako grupę symetrii. No i wreszcie główne dzieło Einsteina: jego teoria grawitacji, zwana „ogólną teorią względności'', której naturalnym językiem okazała się stworzona wcześniej geometria Riemanna. Wysiłek intelektualny zaangażowany w rozwiązywanie szczegółowych problemów pojawiających się w tych teoriach doprowadził do postania ogromnej ilości technik rachunkowych i nic dziwnego, że w dwudziestym wieku dominowała tendencja do unifikacji, abstrakcji i uogólnień. Zaowocowało to ogromnym postępem w budowie abstrakcyjnej bazy pojęciowej, ale też pewnym oderwaniem się od zastosowań, które są przecież duszą matematyki, a także glebą, na której kwitnie ona i wydaje owoce. Niektóre aspekty tego procesu oceniam negatywnie. Według mnie przyczyniły się one do braku zainteresowania nowoczesną geometrią różniczkową wśród uczonych i studentów uprawiających nauki przyrodnicze i inżynierskie, co bardzo źle wpływa zarówno na wyniki badań jak i na poziom kształcenia.

Proponowany przeze mnie wykład zatytułowałem: „Geometria różniczkowa jako narzędzie nauk przyrodniczych". Zamierzam wprowadzać najważniejsze pojęcia geometrii nie w sposób abstrakcyjny, lecz w ścisłym związku z problemami przyrodniczymi, z których wyrosły. Mam nadzieję „odczarować" nieco tę dziedzinę matematyki i pokazać, że nie jest to abstrakcyjna „sztuka dla sztuki", ale sprawny język, w którym wygodnie jest formułować poprawnie różne problemy nauk przyrodniczych. A jak pokazuje historia matematyki: problem poprawnie sformułowany, to problem *prawie* rozwiązany. Ważnym aspektem będzie pokazanie w jaki sposób należy zabrać się do rozwiązania wielu klasycznych problemów, które odegrały bardzo ważną rolę w historii myśli ludzkiej. Jako przykład podam dwa z nich. Pierwszym będzie wyprowadzenie praw Keplera rządzących ruchem planet z banalnej „wiedzy szkolnej", którą każdy z Was kiedyś tam wkuwał. Drugim przykładowym problemem będzie pokazanie, że siła wyporu, o której mówi legendarne prawo Archimedesa, to nic innego jak wypadkowa sił ciśnienia hydrostatycznego działającego na powierzchnię pływającego ciała. Na pierwszy rzut oka siły te, których zarówno kierunek jak i wielkość, zmieniają się w bardzo skomplikowany sposób od punktu do punktu, bardzo trudno zsumować. I właśnie do rozwiązywania takich problemów ludzie wymyślili pojęcie formy różniczkowej. Okazuje się, że w tym języku zadanie staje się bardzo proste i daje wynik znany Wam ze szkoły. Ale gdy nauczycie się tego języka, to stanie przed Wami otworem ogromny zasób zjawisk, które będziecie umieli sprawnie opisywać.