

**KARTA PRZEDMIOTU OFEROWANEGO W SZKOLE DOKTORSKIEJ**

Kod przedmiotu		Nazwa przedmiotu	w j. polskim	Matematyka tropikalna		
			w j. angielskim	Tropical Mathematics		
Rodzaj zajęć	specjalnościowe					
Kierownik przedmiotu	Dr hab. inż. Anna Zamojska-Dzienio, prof.ucz.		Prowadzący zajęcia	Dr hab. inż. Anna Zamojska-Dzienio, prof.ucz.		
Jednostka realizująca	Centrum Studiów Zaawansowanych	Dyscyplina/y naukowa/e	Matematyka, Informatyka Techniczna i Telekomunikacja			
Poziom kształcenia	kształcenie doktorantów	Semestr studiów	Letni 2024			
Język zajęć	polski					
Forma zaliczenia	Ocena	Sumaryczna liczba godzin w semestrze	15	Sumaryczna liczba ECTS	1	
Minimalna liczba uczestników	12	Maksymalna liczba uczestników	50	Dostępność dla studentów I lub II stopnia	Tak	
Typ zajęć		Wykład	Ćwiczenia audytorjne	Ćwiczenia projektowe	Laboratorium	Seminarium
Liczba godzin zajęć	tygodniowo	3				
	łącznie w semestrze	15				

**1. Wymagania wstępne**

Algebra Liniowa

**2. Cele przedmiotu**

Celem przedmiotu jest wprowadzenie do matematyki tropikalnej i jej zastosowań. Algebrą tropikalną (półpierścieniem tropikalnym, max-plus algebrą) nazywamy algebrę  $(\mathbb{R} \cup \{-\infty\}, \max, +)$ , gdzie  $\mathbb{R}$  to zbiór liczb rzeczywistych,  $\max$  to operacja brania maximum, a  $+$  to zwykłe dodawanie. Rozpatruje się też algebry min-plus (z operacją minimum), wtedy  $\mathbb{R}$  rozszerza się o element  $+\infty$ . Bada się m.in. wielomiany, macierze, krzywe nad takimi półpierścieniami. Poznamy różne zastosowania – m.in. w teorii automatów, w kryptografii i w optymalizacji, przy okazji omawiając modele klasyczne i porównując je z modelami tropikalnymi.

**3. Treści programowe (dla każdego typu zajęć oddzielnie)**

**Wykład**

1. Półgrupy i półpierścienie
2. Arytmetyka tropikalna, macierze, wielomiany
3. Wyrażenia regularne i automaty
4. Problemy Burnside'a
5. Protokoły wymiany klucza i ataki na nie
6. Tropikalne krzywe i tropikalne przestrzenie liniowe
7. Modele równowagi ekonomicznej

**Laboratorium**

**4. Efekty uczenia się**

Rodzaj efektu	Opis efektu uczenia się	Odniesienie do efektów uczenia się w SZD	Sposób weryfikacji efektów uczenia*
	Wiedza		

W01	Zna pojęcia, metody i twierdzenia matematyki tropikalnej	SD_W2	Praca domowa
W02	Zna przykłady zastosowań konstrukcji matematyki tropikalnej.	SD_W3	Praca domowa
Umiejętności			
U01	Umie stosować pojęcia, metody i twierdzenia matematyki tropikalnej.	SD_U1, SD_U2	Praca domowa
Kompetencje społeczne			
K01	Rozumie potrzebę uczenia się przez całe życie.	SD_K2, SD_K4	Praca domowa

\* dozwolone sposoby weryfikacji efektów uczenia się: egzamin; egzamin ustny; kolokwium pisemne; kolokwium ustne; ocena projektu; ocena sprawozdania; ocena raportu; ocena prezentacji; ocena aktywności w trakcie zajęć; prace domowe; test

## 5. Kryteria oceny

Praca domowa zadana na koniec wykładu. Studenci powinni ją oddać w ciągu 2 tygodni od zakończenia zajęć. Liczba możliwych nieobecności umożliwiających zaliczenie przedmiotu – dwie, ponad tę liczbę brak możliwości zaliczenia przedmiotu.

## 6. Literatura

### Literatura podstawowa:

[1] J. Richter-Gebert, B. Sturmfels, and T. Theobald. First steps in tropical geometry. In Idempotent mathematics and mathematical physics, volume 377 of Contemp.Math., pages 289–317. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2005.

[2] Jean-Eric Pin, Tropical semirings, w Idempotency, J. Gunawardena (éd.), Cambridge University Press, 1998, 50-69.

[3] M. Joswig, Essentials of Tropical Combinatorics, Grad. Stud. Math. 219, American Mathematical Society, Providence, RI, 2021.

### Literatura uzupełniająca:

[1] K. Ahmed, S. Pal, and R. Mohan. A review of the tropical approach in cryptography. Cryptologia, 47(1):63–87, 2023.

[2] N. M. Tran. Tropical Gaussians: a brief survey. Algebraic Statistics, 11(2):155–168, 2020.

[3] M. Joswig. The Cayley trick for tropical hypersurfaces with a view toward Ricardian economics. In Homological and Computational Methods in Commutative Algebra, pages 107–128. Springer, 2017.

## 7. Nakład pracy studenta niezbędny do osiągnięcia efektów uczenia się\*\*

Lp.	Opis	Liczba godzin
1	godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim wynikające z planu	15
2	Godziny kontaktowe z nauczycielem akademickim w ramach konsultacji, egzaminów, sprawdzianów itp.	5
3	Godziny pracy samodzielnej studenta w ramach przygotowania do zajęć oraz opracowania sprawozdań, projektów, prezentacji, raportów, prac domowych	5
4	godziny pracy samodzielnej studenta w ramach przygotowania do egzaminu, sprawdzianu, zaliczenia	5
<b>Sumaryczny nakład pracy studenta</b>		<b>30</b>
<b>Liczba punktów ECTS</b>		<b>1</b>

\*\* 1 ECTS pracy = 25-30 godzin nakładu pracy studenta (np. 2 ECTS = 60 godzin; 4 ECTS = 110 godzin)

## 8. Informacje dodatkowe

Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich	1
Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym	